数学

●工学部（電子情報工学科／電気工学科）
●情報工学部（情報工学科／情報通信工学科／
システムマネジメント学科）

（3教科型・2月9日実施分）

（解答：57～58ページ）

（解答はすべて，別紙解答用紙の解答欄に記入せよ。）

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を記入せよ。

(1) k は定数とする。2つの2次方程式 $4x^2-4x+k-1=0$ と $x^2+(4k+1)x+4(k^2-1)=0$ がともに実数解をもつような k の値の範囲は $\boxed{①} \leqq k \leqq \boxed{②}$ である。

(2) △ABC において，頂点 A から辺 BC またはその延長に下ろした垂線を AH とする。AB = 9，BC = 8，CA = 7 のとき，△ABC の面積は $\boxed{③}$ であり，線分 AH の長さは $\boxed{④}$ である。

(3) 長さが5の線分 BC を 1 : 4 に内分する点 D をとり，D を通り BC に垂直に交わる直線上に点 A を $\mathrm{AD}=4\sqrt{3}$ となるようにとる。このとき AB = $\boxed{⑤}$ である。△ABC の内接円と辺 BC，AC の接点を，それぞれ E，F とすると CE = CF = $\boxed{⑥}$ である。

(4) 等式 $x+y+z=21$ を満たす負でない整数 x, y, z の組は全部で $\boxed{⑦}$ 個ある。
等式 $x+y+z=21$ を満たす2以上の整数 x, y, z の組は全部で $\boxed{⑧}$ 個ある。

(5) $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，不等式 $-\sin x+\sqrt{3}\cos x<-1$ の解は $\boxed{⑨} < x < \boxed{⑩}$ である。

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を記入せよ。

(1) $y=9^x+9^{-x}$，$t=3^x+3^{-x}$ とする。x が実数のとき，y を t の式で表すと $y=\boxed{①}$ となる。また，t のとりうる値の範囲は $\boxed{②}$ である。したがって，y は $x=\boxed{③}$ で最小値 $\boxed{④}$ をとる。

(2) $z=3^x-3^{-x}$，$t=3^x+3^{-x}$ とする。$x>0$ のとき，z を t の式で表すと $z=\boxed{⑤}$ となる。

(3) $w=3^x$，$t=3^x+3^{-x}$ とする。$x>0$ のとき，w を t の式で表すと $w=\boxed{⑥}$ となる。

3 a は実数とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 放物線 $y=-x^2+9$ 上の点 $(a,\ -a^2+9)$ における接線 ℓ の方程式を $y=mx+n$ とするとき，m と n を a を用いて表せ。

(2) $0<a<3$ のとき，(1)における接線 ℓ と曲線 $y=x^2-3x+(a-3)^2$ $(a \leqq x \leqq 3)$ および直線 $x=a$ で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めよ。

(3) $0<a<3$ のとき，(2)で求めた $S(a)$ の最大値を求めよ。

4　選択問題（次の［A］,［B］のいずれか一つを選び解答せよ。）

［A］ 座標空間において，ベクトル $\vec{a}$ を $\vec{a}=(1,\ -1,\ 0)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}$ と平行なベクトルのうち，大きさが1であり，かつ x 成分が正であるベクトル $\vec{b_1}$ を求めよ。

(2) (1)で求めた $\vec{b_1}$ に垂直で，大きさが1のベクトルのうち，y 成分が正であり，かつ z 成分が0であるベクトル $\vec{b_2}$ を求めよ。

(3) (1)で求めた $\vec{b_1}$ と(2)で求めた $\vec{b_2}$ の両方に垂直で，大きさが1のベクトルのうち，z 成分が正であるベクトル $\vec{b_3}$ を求めよ。

(4) $\vec{b_1}$，$\vec{b_2}$，$\vec{b_3}$ を，それぞれ(1)，(2)，(3)で求めたベクトルとする。このとき，2つのベクトル $\vec{c}=\vec{b_1}+\vec{b_2}+2\vec{b_3}$ と $\vec{d}=-\vec{b_1}+2\vec{b_2}+\vec{b_3}$ のなす角 θ を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。

［B］ 次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\left\{\dfrac{2^{-2n}+1}{2^{-2n}+2}\right\}$ の極限を求めよ。

(2) r を定数とするとき，数列 $\left\{\dfrac{r^{2n}+1}{r^{2n}+2}\right\}$ の極限を求めよ。

(3) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{2n}+1}{2^{2n}+2}$ は発散することを示せ。

数学

- ●工学部（生命環境化学科／知能機械工学科）
- ●情報工学部（情報システム工学科）
- ●社会環境学部（社会環境学科）

（3教科型・2月10日実施分）

（解答：59〜60ページ）

（解答はすべて，別紙解答用紙の解答欄に記入せよ。）

1　次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を記入せよ。

(1) $a \neq 0$ とする。放物線 $y=a^3x^2+a^2x+a^2+a$ の頂点の x 座標が正の数であるとする。この放物線と x 軸の正の部分が異なる2点で交わるとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{①} < a < \boxed{②}$ である。

(2) 半径1の円に内接する正八角形ABCDEFGHの2つの頂点AとDを結ぶ線分の長さを ℓ とすると，$\ell^2=\boxed{③}$ であり，3つの頂点A，D，Fを結んでできる三角形の面積は $\boxed{④}$ である。

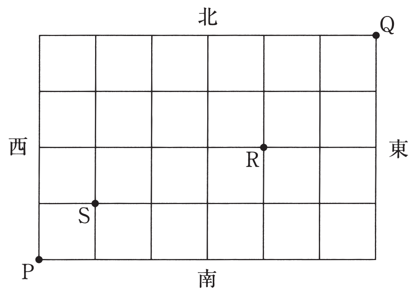
(3) 等式 $29x+41y=1$ を満たす整数 x，y の組のうち，y が正で最小のものは，$x=\boxed{⑤}$，$y=\boxed{⑥}$ である。

(4) 2次方程式 $x^2-5x-3=0$ の2つの解を α，β とするとき，$(\alpha+3\beta)(\beta+3\alpha)=\boxed{⑦}$ であり，$\dfrac{\beta^2}{\alpha}+\dfrac{\alpha^2}{\beta}=\boxed{⑧}$ である。

(5) 整式 $P(x)=ax^3+bx^2-8x-7$ が $x+1$ で割り切れ，$x-2$ で割ったときの余りが9となるように定数 a，b の値を定めると，$a=\boxed{⑨}$，$b=\boxed{⑩}$ である。

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を記入せよ。

下の図のように，ある街には東西に５本，南北に７本の道がある。



⑴ ＰからＱへ最短距離で行く道順は $\boxed{①}$ 通りある。また，ＰからＲへ最短距離で行く道順は $\boxed{②}$ 通りあり，ＲからＱへ最短距離で行く道順は $\boxed{③}$ 通りある。

⑵ ＰからＱへ最短距離で行く道順のうち，Ｒを通る道順は $\boxed{④}$ 通りある。

⑶ ＰからＱへ最短距離で行く道順のうち，Ｒを通らない道順は $\boxed{⑤}$ 通りある。

⑷ ＰからＱへ最短距離で行く道順のうち，ＳとＲの両方を通る道順は $\boxed{⑥}$ 通りある。

3 $f(x)=x^4-\dfrac{10}{3}x^3+4x^2-2x+1$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

⑴ 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(0,\ f(0))$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。

⑵ 点 $(0,\ f(0))$ を通り，⑴で求めた接線 ℓ に垂直な直線 ℓ' の方程式を求めよ。

⑶ 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

⑷ 曲線 $y=f(x)$ $(x\leqq 1)$ と⑵で求めた直線 ℓ' および直線 $x=1$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

4 選択問題（次の［A］，［B］のいずれか一つを選び解答せよ。）

［A］ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=2,\ a_{n+1}-a_n-3^n=0\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ。

⑴ a_4 を求めよ。

⑵ 一般項が $b_n=3^n$ で表される数列 $\{b_n\}$ の，初項から第 n 項までの和を求めよ。

⑶ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

［B］ 関数 $f(x)=\sin^2 x$ について，次の問いに答えよ。

⑴ 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

⑵ 曲線 $y=f(x)$ $(0\leqq x\leqq \pi)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

⑶ 曲線 $y=f(x)$ $(0\leqq x\leqq \pi)$ の変曲点をすべて求めよ。