数学（３教科型選抜）　　2月9日 実施分

●工学部（電子情報工学科／電気工学科）
●情報工学部（情報工学科／情報通信工学科）

1

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
$2\sqrt{6}$	$2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$	2	4	1044	$3750_{(8)}$	72	24	$-\dfrac{1}{5}$	0

2

①	②	③	④	⑤	⑥
8	1	8	12144	22	4

3 ⑴　関数 $f(x)$ の導関数は $f'(x)=3x^2+12x+9=3(x^2+4x+3)=3(x+1)(x+3)$ となる。
点 $(a, f(a))$ における曲線の接線の傾きは $f'(a)=3(a+1)(a+3)$ だから，
これが負となる a の範囲は $-3<a<-1$ である。

⑵　⑴より $f'(x)=0$ となる点を求めると，$x=-3,\ -1$ となる。増減表を書くと以下となる。

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	20	↘	16	↗

これより，極大値は $x=-3$ のとき 20 となり，極小値は $x=-1$ のとき 16 をとる。

⑶　⑵より区間 $-2\leqq x\leqq 1$ において常に $f(x)\geqq 0$ となるから，求める面積は

$$S=\int_{-2}^{1}f(x)dx=\int_{-2}^{1}(x^3+6x^2+9x+20)dx$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}+2x^3+\frac{9x^2}{2}+20x\right]_{-2}^{1}$$

$$=\left(\frac{1}{4}+2+\frac{9}{2}+20\right)-(4-16+18-40)$$

$$=\frac{243}{4}$$

となる。

4 ［A］
⑴　$S_2=148$，$S_3=1373$ となる。

⑵　$f(k-1)=\{bk^2+(-2b+c)k+b-c+d\}\,5^{k-1}$ であるから，

$$f(k)-f(k-1)=\{4bk^2+(2b+4c)k-b+c+4d\}\,5^{k-1}$$

となる。$a_k=(4k^2+2k+7)\,5^{k-1}$ と比べると，$b=1$，$c=0$，$d=2$ となる。

⑶

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\{f(k)-f(k-1)\}$$

$$=f(n)-f(0)$$

$$=(n^2+2)5^n-2$$

となる。

4 [B]

(1) $f'(x)=e^{-ax^2}+x(-2ax)e^{-ax^2}=(1-2ax^2)e^{-ax^2}$

(2) (1)より $f'(x)=0$ となるのは $x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2a}}$ のときである。増減表を書くと以下のようになる。

x	$\cdots$	$-\dfrac{1}{\sqrt{2a}}$	$\cdots$	$\dfrac{1}{\sqrt{2a}}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$-\dfrac{1}{\sqrt{2ae}}$	$\nearrow$	$\dfrac{1}{\sqrt{2ae}}$	$\searrow$

これより，極大値は $x=\dfrac{1}{\sqrt{2a}}$ のとき $\dfrac{1}{\sqrt{2ae}}$ となり，極小値は $x=-\dfrac{1}{\sqrt{2a}}$ のとき $-\dfrac{1}{\sqrt{2ae}}$ をとる。

(3) 定積分の計算は

$$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 xe^{-ax^2}dx$$

$$=\frac{-1}{2a}\int_0^{-a}e^t\,dt\quad (t=-ax^2 \text{ と置換})$$

$$=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{0}e^t\,dt$$

$$=\frac{-1}{2a}\left[e^t\right]_{-a}^{0}=\frac{1}{2a}(1-e^{-a})$$

となる。従って $\dfrac{1}{2a}(1-e^{-a})=\dfrac{1}{4a}$ となる a を求めればよい。この式は $e^a=2$ と同値であるから $a=\log 2$ が得られる。

数学（３教科型選抜）	２月10日 実施分

●工学部（生命環境化学科／知能機械工学科）
●情報工学部（情報システム工学科／情報マネジメント学科）
●社会環境学部（社会環境学科）

1

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
12	-5	$(2, a^2-1)$	-3	$(4, 6)$	61	$\frac{9}{10}$	$\frac{12}{25}$	6π	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2

①	②	③	④	⑤	⑥
0	8	8	0	-1	0

3 (1)　$f'(x)=-2x+4$ であるから，求める接線の方程式は

$$y=f'(a)(x-a)+f(a)=(-2a+4)x+a^2-1$$

である。

(2)　$y=f'(a)(x-a)+f(a)=(-2a+4)x+a^2-1$ が $(3, 6)$ を通るので，

$$6=(-2a+4)\times 3+a^2-1$$

$$a^2-6a+5=0$$

これを解いて，$a=1, 5$ を得る。よって，求める答えは，

$a=1$ のとき，方程式は $y=2x$，接点は $(1, 2)$ であり，

$a=5$ のとき，方程式は $y=-6x+24$，接点は $(5, -6)$ である。

(3)　求める面積 S は，

$$S=\int_1^3\{2x-f(x)\}dx+\int_3^5\{(-6x+24)-f(x)\}dx=\frac{16}{3}$$

である。

4 ［A］

(1)　等比数列の和の公式より

$$10\frac{a_1(r^2-1)}{r-1}=\frac{a_1(r^4-1)}{r-1}$$

となる。$S_2\neq 0$ から $a_1\neq 0$ であるので，この式より

$$10(r^2-1)=(r^2+1)(r^2-1)$$

が得られ，とくに $10=r^2+1$ が導かれる。r は正の数であるから，$r=3$ となる。

$S_2=8$ より $a_1+a_1r=8$ となるが $r=3$ を代入すると $a_1=2$ が得られる。

(2)　等比数列の和の公式より

$$S_n=\frac{2(3^n-1)}{3-1}=3^n-1$$

となるから $3^n-1>2024$ を満たす最小の n を求めれば良い。

ここで $3^6=729$，$3^7=2187$ であるから $n=7$ となる。

(3)　第 p 項から第 q 項までの和は S_q-S_{p-1} であるから，

$$S_q-S_{p-1}=\frac{2(3^q-1)}{3-1}-\frac{2(3^{p-1}-1)}{3-1}$$

$$=3^q-3^{p-1}$$

$$=3^{p-1}(3^{q-p+1}-1)$$

これが $3^4(3^{2024}-1)$ に等しい。特に $3^{q-p+1}-1$ や $3^{2024}-1$ が 3 の倍数でないことに注意すると，

$p-1=4$ より $p=5$ となる。よって $3^{q-4}-1=3^{2024}-1$ から $q=2028$ となる。

4 [B]

(1) 求める図形の面積は，

$$\int_0^{\pi}\left(\cos\frac{x}{2}-\cos\frac{t}{2}\right)dx=\int_0^{\pi}\cos\frac{x}{2}dx$$
$$=2$$

である。

(2) $\cos\frac{x}{2}\geqq\cos\frac{t}{2}$ $(0\leqq x\leqq t)$，$\cos\frac{x}{2}<\cos\frac{t}{2}$ $(t<x\leqq\pi)$ であるから，求める面積 $S(t)$ は，

$$S(t)=\int_0^{t}\left(\cos\frac{x}{2}-\cos\frac{t}{2}\right)dx+\int_t^{\pi}\left(\cos\frac{t}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)dx$$
$$=4\sin\frac{t}{2}+(\pi-2t)\cos\frac{t}{2}-2$$

である。

(3) (2)の計算結果を微分すると，

$$\frac{dS}{dt}(t)=\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\sin\frac{t}{2}$$

であるので，$S(t)$ の増減表は以下のようになる。

t	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	π
$\frac{dS}{dt}(t)$		$-$	0	$+$	
$S(t)$	$\pi-2$	↘	$2\sqrt{2}-2$	↗	2

$\pi-2<2$ であるから，$S(t)$ は $t=\pi$ で最大値 2，$t=\frac{\pi}{2}$ で最小値 $2\sqrt{2}-2$ をとる。